

# Midtoets Vectoranalyse

25 mei 2010

De toets bestaat uit de onderstaande **drie** opgaven. Bij elk van de opgaven is het maximale aantal voor deze opgave te behalen punten vermeld. Je krijgt 10 punten gratis.

## Opgave 1 (30 pt.)

Het oppervlak  $S$  is gegeven door de vergelijking  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 6$ . Bepaal de punten op  $S$  waarvan het raakvlak door de punten  $(6, 0, 0)$  en  $(0, 0, 2)$  gaat.

## Opgave 2 (30 pt.)

Als  $z$  een  $C^2$ -functie is van  $x$  en  $y$ , dan wordt  $z$  een functie van  $u$  en  $v$  via

$$u = e^x + e^y \quad \text{en} \quad v = e^{-x} + e^{-y}.$$

1. Toon aan dat

$$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = u \frac{\partial z}{\partial u} - v \frac{\partial z}{\partial v}.$$

2. Toon aan dat

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = u^2 \frac{\partial^2 z}{\partial u^2} - 2uv \frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} + v^2 \frac{\partial^2 z}{\partial v^2} + u \frac{\partial z}{\partial u} + v \frac{\partial z}{\partial v}.$$

## Opgave 3 (30 pt.)

Het vlak  $x + y + z = 0$  en de sfeer  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  snijden elkaar in een cirkel.

1. Bepaal alle kandidaten voor extremen van de functie  $f(x, y, z) = 2x - y - z$  op deze cirkel.
2. Bepaal het type van deze kandidaten (minimum, maximum of zadelpunt).